

## Об общей теории относительности Эйнштейна

Хорошо, Эйнштейн при участии других умных людей разобрался с новыми экспериментами со светом, создал специальную теорию относительности - СТО. В ней все объекты двигались прямолинейно и равномерно, не было ускорений-торможений, поначалу не было массы, играли только со светом. Но уже было ясно, что пространство и время не есть независимые друг от друга сущности, как считал Ньютона, а как-то друг от друга зависят. К тому же у Ньютона в формулах работали, и неплохо, и масса, и энергия, и гравитация (тяготение, иначе говоря, притяжение). Нужно было дать ньютоновской механике полноценную замену для околосветовых (релятивистских) скоростей.

Вспомним, что Ньютон ввёл силу тяготения, написал для неё формулу, и когда его донимали, благодаря чему такая сила действует на межпланетарных расстояниях, без посредников через пустоту, требовали объяснений, он заносчиво отвечал: «Гипотез не измышляю!».

И Эйнштейн таки выдал такую замену ньютоновской теории гравитации. Для этого он объединил в одну сущность массу и энергию. И эту сущность он объединил ещё и с полученным в СТО четырёхмерным пространством (где четвёртое измерение – время). И мало того, он в эту же сущность, в четырёхмерное пространство, включил ещё и гравитацию! Я не очень понимаю, как до этого можно додуматься без обширной экспериментальной базы, но Эйнштейн додумался, и у него получилась общая теория относительности (ОТО).

Можно сказать, что над созданием ОТО Эйнштейн работал трудно. И с моей точки зрения (я, конечно, наглец со своим самомнением), ОТО – это теория намного мудренее, чем СТО. Если формулы СТО, как и  $E = mc^2$  выводятся достаточно просто, их буквально можно понять и даже использовать, имея школьное образование, то с гравитацией совсем не так.

В ОТО гравитация представляет из себя «искривление» четырёхмерного пространства в зависимости от наличия массы-энергии. Но легко сказать, искривление. Оно должно быть описано уравнениями, эти уравнения должны работать, их решения должны совпадать с наблюдениями, в частном случае нерелятивистских масштабов совпадать с механикой Ньютона. Эйнштейн для создания уравнений дополнительно изучил дифференциальную геометрию, которая ранее Гауссом со товарищи была создана для геодезических задач, то есть для вычислений на поверхности Земли, которую считали и считают эллипсоидом. Математики, конечно, не могли остановиться на эллипсоиде, а создали математический аппарат для многих поверхностей (параболических, гиперболических и многих других) и даже для многомерных пространств. Эйнштейн же использовал Риманово пространство.

Он также для формулировки уравнений использовал так называемое тензорное исчисление, для большей компактности и выразительности ввёл способ сокращённой записи тензоров. Чтобы описать все действующие факторы, в уравнениях Эйнштейна десять неизвестных, причём решения этих неизвестных не всегда числа, а могут быть функциями, которые изменяются во времени.

Эйнштейн придумал, что массивные тела искажают, искривляют четырёхмерное пространство (включая время), чем ближе к себе, тем сильнее, и гравитация – это то, как объекты движутся в этом искривленном пространстве по траекториям наикратчайших расстояний. Такие траектории в дифференциальной геометрии называются геодезическими линиями, или просто геодезическими. Самый простой пример геодезических – это кратчайшие пути между двумя точками на глобусе. Скажем, чтобы перелететь на самолете по кратчайшему расстоянию из Петербурга во Владивосток нужно залететь почти к Северному ледовитому океану, проверьте сами. Только именно на глобусе, а не на плоской карте. Поверхность глобуса – это самое известное нам искривленное двумерное пространство.

Чтобы продемонстрировать это искривление, в популярных статьях и роликах рисуют пример, как будто мы, вместо нашего трехмерного пространства живём в двумерном, а пространство+время становится трехмерным, и в нем можно нарисовать продавленную массой плоскость. Вот как на рисунке 1. Но мне кажется, что такие иллюстрации могут ввести в заблуждение, потому что Солнце и планета нарисованы трехмерными. Кроме того, направление

искажения вниз может создать впечатление, что действует сила тяжести. Я подправил эту картинку так, чтобы Солнце и планета были объектами в двумерном пространстве, повернул рисунок набок, чтобы не было иллюзии силы тяжести и изобразил ось времени, поскольку именно время замедляется и деформируется в области больших масс (рисунок 2). Впрочем, никакие рисунки не смогут отобразить геометрию пространства, которое становится гравитацией - для того, чтобы её, Эйнштейновской гравитации, восприятие стало для Вас привычным ощущением окружающего мира и не противоречило здравому смыслу, нужно решить какое-то количество примеров уравнений Эйнштейна.

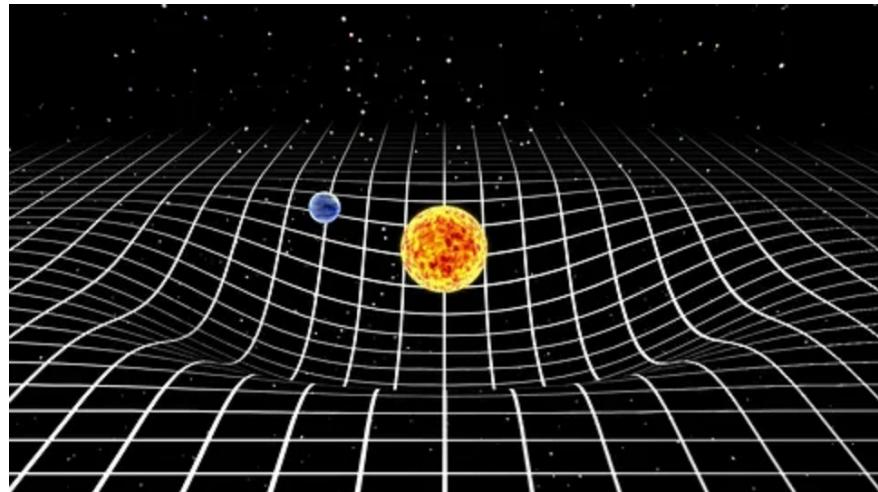


Рисунок 1

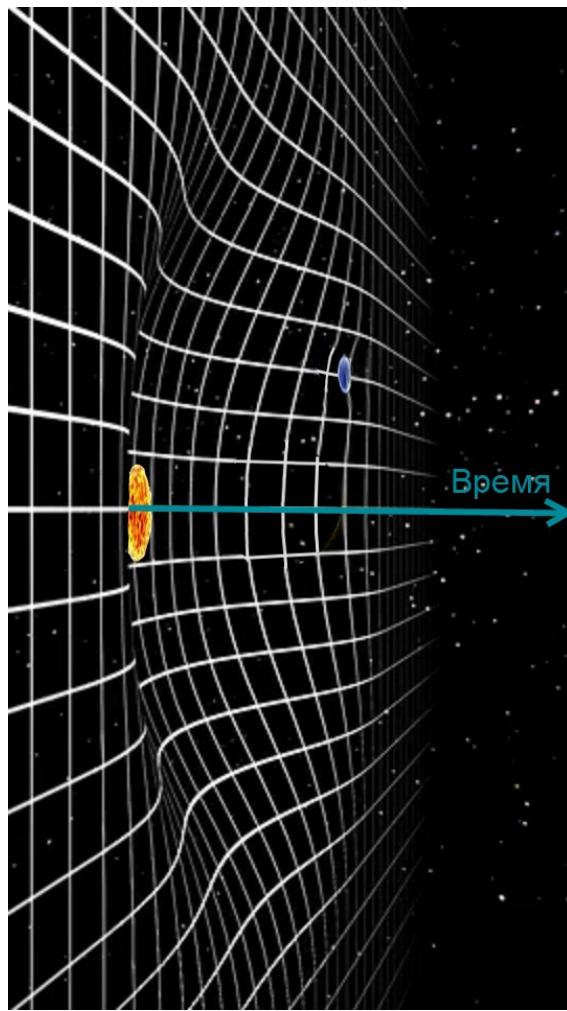


Рисунок 2

Что интересно, по таким кратчайшим траекториям движутся не только планеты и кометы, а вообще всё, ведь это четырёхмерное пространство для всего. По геодезическим движутся частицы, у которых есть, масса, и у которых нет массы, в том числе фотоны, то есть свет. И если искривление пространства – это гравитация, то можно сказать, что массивные тела притягивают всё, даже свет.

Уравнения Эйнштейна в компактной тензорной записи выглядят вот так:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Здесь

$$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$$

и есть тензоры. Они выглядят как матрицы (то есть таблицы) 4 на 4, но элементами являются функции, представляющие дифференциальные операторы в частных производных (то есть с выражением по каждой из 4x координат, включая время), и после раскрытия матриц получается система из 16 дифференциальных уравнений, которые упрощаются до 10 уравнений, потому что неизвестных в уравнениях собственно 10. В уравнении Вы можете увидеть и гравитационную постоянную Ньютона, и скорость света.

Для решения уравнений обычно в правой части в тензоре задают вид и движение материи – для части Вселенной, например, для Солнечной системы, окрестности тяжелой звезды (или чёрной дыры), галактики, и даже для всей Вселенной. Затем краткую запись расписывают в виде системы десяти дифференциальных уравнений в частных производных, и ищут решения характеристик левой части, то есть геометрии пространства-времени. Решения можно искать точные, но это та ещё головоломка, можно приближенные, что математически проще. Но сто лет назад не было компьютеров, и нахождение приближённых решений было очень длительным и трудоёмким процессом.

Интересно слагаемое

$$\cdot \Lambda g_{\mu\nu}$$

в левой части уравнения Эйнштейна. Состоит из тензора и константы  $\Lambda$  (лямбда), называемой космологической постоянной. Для ограниченных областей пространства (вплоть до размеров галактик!) вполне может работать формула без этого слагаемого

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Но во времена создания ОТО считалось несомненным, что Вселенная статична, звезды в большом масштабе практически неподвижны, и Вселенная бесконечна. И для бесконечной Вселенной укороченное уравнение показывало бы «тягивание» материи, то есть решение уравнения не получалось статичным. И Эйнштейн добавил этот член, чтобы уравнение могло давать статичное решение. Этот вид уравнения приобрели в 1915 году, который и можно считать годом создания ОТО.

Вскоре русский физик Александр Фридман, играясь с уравнение Эйнштейна, показал, что Вселенную можно представить нестатичной, а либо сжимающейся, либо разбегающейся, а в 1929 году Эдвин Хаббл показал, что Вселенная расширяется! И эта добавка с космологической постоянной стала как бы «не пришей кобыле хвост». И Эйнштейн даже считал эту добавку «величайшей ошибкой в своей жизни». Но к концу 20 века эта добавка опять понадобилась чтобы уравнения показывали, что Вселенная не просто расширяется, а делает это ускоренно!

Вообще и предсказания ОТО, и последующие наблюдения дали такую поразительную картину Вселенной, что это стоит отдельного поста. А пока Эйнштейну нужно было доказать верность своей теории. Подходящим объектом была планета Меркурий, точнее, поведение его орбиты. Оно отличалось от расчётного по Ньютоновской механике совсем немного, набегало чуть

больше одной сотой градуса за 100 лет. Но астрономов это уже не устраивало. И Эйнштейн в 1915 году провел расчёты по своим формулам (кстати, приближенным), и они совпали с наблюдаемыми, и расчёты очень хорошо согласовались с поведением Меркурия.

Ему хотелось показать ещё и более эффектное подтверждение ОТО, а именно влияние гравитации на лучи света. Этот факт бы продемонстрировал отклонение лучей света Солнцем, то есть то, что невесомые, самые быстрые в мире волшебные лучи света притягиваются, как какие-то летящие пылинки! Наблюдения можно было бы провести во время солнечного затмения, сравнив фотографии звезд возле закрытого Луной Солнца и этих же звезд ночью, ему даже удалось снарядить в 1914 году небольшую экспедицию в Крым. Но началась первая мировая война, эти ребята попали в плен к русским, поскольку были немцами, то, ясень пень, раз с хорошей аппаратурой - шпионы (к счастью, их вскоре обменяли). И, кстати, Эйнштейну повезло, что ни эти ребята, ни американцы, которые тоже хотели заснять затмение, ничего не сфотографировали (американцы из-за погоды), потому что у него вначале была ошибка в уравнениях, и если бы фотографии показали несоответствие уравнениям, то Эйнштейн бы опозорился. Это показывает, что работа Эйнштейна была очень непростой.

В 1919 году, уже не по инициативе Эйнштейна, в следующем солнечном затмении были получены подтверждения отклонения лучей света от звезд Солнцем, хотя и количественная точность не была достаточной, чтобы подтвердить верность уравнений, тем не менее, эффект был оглушительный, с кричащими заголовками газет («Теория Ньютона выкинута на помойку!» - спекулятивность журналистов - не только сегодняшнее явление), и Эйнштейн, как говорится, проснулся знаменитым.

В течение 20 века ОТО получала всё более точные подтверждения, и вычисления согласно уравнениям Эйнштейна производятся в наше время не только для большой науки, но и для, можно сказать, бытовых технологических задач, например, для точного вычисления местоположения по ГЛОНАСС/GPS.

ОТО стала могучим инструментом космологии, не только объясняя всё более точные астрономические и физические наблюдения, но и предсказывая фантастические явления, например, так называемые «черные дыры». Но об этом в отдельном посте.

#### Дополнение 1.

Как специальная, так и общая теория относительности, породила занимательные мысленные эксперименты, которые на первый взгляд, кажутся парадоксами. Один из самых известных – парадокс близнецов. Он заключается в следующем. Пусть два брата- близнеца (хотя, конечно, это могут быть и сестры), рождённые, естественно, в один день, живут в космический век. И один из них остаётся на Земле (домосед), а другой (путешественник) отправляется в космическое путешествие, на космическом корабле с невиданными ныне возможностями. Корабль вначале с ускорением несколько лет летит к соседним звёздам, затем несколько лет тормозится, наверно, делает какие-то исследования (но для парадокса это неважно), затем летит обратно. Так вот, при встрече близнецов путешественник будет заметно моложе домоседа! В этом мысленном эксперименте важно то, что системы отсчёта, в которых находятся близнецы, неравноправны, поэтому судьбы юдизнецов не симметричны.

В Википедии, в статье «Парадокс близнецов» приводится объяснение явления даже с использованием формул СТО, правда, для упрощенного расчёта путешественник ускоряется до околосветовой скорости и тормозится мгновенно. Зато их сможет понять и старшеклассник. Затем объяснение проводятся с учетом неинерциального движения путешественника, и приводятся такие результаты:

Пусть путешественник движется с ускорением близким к  $g$  (привычному земному ускорению свободного падения, чтобы быть в комфортных условиях тяжести тела), затем с замедлением к Альфа Центавра, находящейся на расстоянии 4.3 световых года от Земли, и таким же Макаром летит обратно. В этом случае домосед к моменту встречи состарится на 12 лет, а путешественник – всего на 7.3 года.

Путешественник с таким же ускорением и торможением сможет даже слетать до соседней галактики – Туманности Андромеды, на расстояние в 2.5 миллиона световых лет. Когда

путешественник вернется на Землю, он состарится на 59 лет. Но брата, он, увы, не застанет, потому что на Земле пройдет 5 миллионов лет.

Проверку парадокса Близнецовых 1971 году провели уже не в мысленном, а реальном эксперименте. Двое учёных, Хафеле и Китинг, запаслись точными атомными часами и полетели на самолете вначале в кругосветное путешествие в восточном направлении, затем повторили в западном. Такие же часы располагались в точке старта. Атомные часы позволили измерять разницу в наносекундах (в миллиардных долях секунды). Разница составила 59 наносекунд на восток и 273 наносекунды на запад, что было близко к предсказанным согласно уравнениям ОТО, с учетом скорости самолета, вращения Земли и даже гравитационной составляющей различной высоты часов над поверхностью Земли.

#### Дополнение 2.

Одним из постулатов ОТО является эквивалентность гравитационной и инертной масс. Речь идет о следующем. Еще в Ньютоновской механике было замечено, что мера вещества, которое участвует во втором законе Ньютона отражает взаимосвязь ускорения и приложенной силы, и количество вещества, которое порождает гравитацию, которое присутствует в законе всемирного тяготения, ведут себя одинаково, и в Ньютоновской механике эту меру вещества называли массой. Это ниоткуда не следует и подтверждалось и до сих пор только экспериментально, причём всё с большей точностью. Эйнштейн также постулировал это явление, в ОТО эта эквивалентность также не выводится из других постулатов.

#### Дополнение 3.

Люди с гениальными мозгами нередко нестандартны в поведении. В какой-то степени это относится и к Эйнштейну. В связи с этим можно упомянуть то, что он не очень корректно относился к вкладу других физиков в создание СТО и ОТО. Ведь идеи приходят не на пустом месте. Так, до Эйнштейна близкие к СТО соображения публиковал Анри Пуанкаре, но в первых статьях Эйнштейна об ОТО нет ссылок на Пуанкаре (как и других физиков). В разработке ОТО Эйнштейну не слабо способствовали сокурсники Эйнштейна по университету Марсель Гроссман и Мишель Бессо, и не только они. Но основные статьи по ОТО Эйнштейн публиковал только под своим именем. Возможно, это и правильно, но имена коллег Эйнштейна незаслуженно были забыты.

Не были безоблачными его отношения с жёнами: с первой, Миленой Марвич, и со второй, Эльзой Эйнштейн. Впрочем, про это есть много публикаций в Интернет, и это не совсем моя тема.

#### Дополнение 4.

Если Вы молодой человек и хотите заниматься уравнениями Эйнштейна для исследования Вселенной, то я должен признаться, что данный пост всё же даёт упрощённое изложение пути решения этих уравнений. Да, во многих случаях уравнения упрощаются, например, если можно считать среду однородной невзаимодействующей пылью или идеальной жидкостью. Но чтобы описать изменчивость гравитационной системы в протяжённых и уже непросто устроенных областях Вселенной, и нужно учитывать, например, какую-нибудь локальную динамику температуры, тогда при этом нужно одновременно получать изменения не только отдельно левой или отдельно правой части уравнения, а всех 20 переменных, и тогда решение превращается в большое исследование. И нужно знать базовые вещи: теорию дифференциальных уравнений, как простых, так и частных производных, тензорное исчисление, вариационное исчисление, методы вычислений, языки программирования и уметь погружаться в мир специальных библиотечных функций. Для этого нужно закончить хотя бы курса три неплохого университета и иметь очень хорошие мозги, жаждые для исследовательской работы. Но если Вы добьётесь того, что будете, по выражению небезызвестного Григория Перельмана, «управлять Вселенной», то сможете получать наслаждение от своей жизни, которое нельзя купить ни за какие деньги.

Алсынбаев Камиль, Калининград, 2023-2024 г.

[kamil.alsynbaev@mail.ru](mailto:kamil.alsynbaev@mail.ru)